

In Anwendung S. 170 war die Abhängigkeit des Volumens V vom Ausgangsvolumen V_0 indirekt proportional zu einem „Tiefenfaktor“ t_1 . Betrachten wir nun folgende Fragestellung:

Anwendung: Abnahme der Helligkeit (Abb. 5.11)

In einem See nimmt die Intensität von Licht pro 1 m Wassertiefe um $p = 7\%$ ab. Welche Intensität verbleibt in x Metern Tiefe? In welcher Tiefe sind noch 50% von der ursprünglichen Intensität übrig?

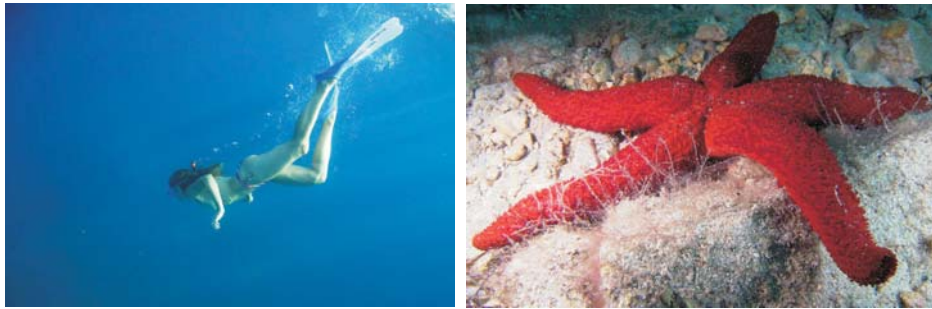


Abb. 5.11 Links: Deep Blue. Rechts: Rot ist die Tarnfarbe unter Wasser!

Lösung:

Sei L_0 die Lichtintensität an der Oberfläche. In 1 m Tiefe haben wir nur mehr die Intensität $L(1) = 0,93 L_0$, in 2 m Tiefe $L(2) = 0,93 (0,93 L_0) = 0,93^2 L_0$, in 3 m Tiefe $L(3) = 0,93 (0,93 L(1)) = 0,93^3 L_0$, in x m Tiefe somit offensichtlich

$$L(x) = 0,93^x L_0$$

Für $x = 9$ erhält man auf diese Weise $L(9) = 0,520 L_0$, für $x = 10$ $L(10) = 0,484 L_0$. Irgendwo zwischen 9 m und 10 m Tiefe haben wir also nur noch die halbe Lichtintensität.

Die verschiedenen Lichtanteile verlieren ihre Intensität sehr unterschiedlich. Deswegen herrschen in größerer Tiefe Blau- und Grüntöne vor. Blut erscheint einem Taucher in 30 Meter Tiefe grünlich! Die Rotanteile verschwinden zuerst. Deswegen ist Rot eine gute Tarnfarbe unter Wasser, die nur im Blitzlicht so auffällig erscheint wie in Abb. 5.11 rechts! 🔥

So analog die Aufgabenstellungen in Anwendung S. 170 und Anwendung S. 171 zunächst schienen: Sie führen auf wesentlich verschiedene Funktionen. Man beachte, dass in der Formel $L(x) = 0,93^x L_0$ die Basis 0,93 konstant und die Hochzahl x variabel ist.

Eine Funktion der Bauart $y = a^x$ mit konstanter Basis und variablem Exponenten nennt man *Exponentialfunktion* zur Basis a .

Ein typisches Beispiel für eine Exponentialfunktion ist die Verzinsung von Kapital:

Anwendung: Monatliche Verzinsung

Die Formel für die Verzinsung eines Ausgangskapitals K_0 über x Jahre mit jährlicher Kapitalisierung (Zinssatz p Prozent) lautet:

$$K = K_0 a^x \quad \text{mit} \quad a = 1 + \frac{p}{100}$$