2.2 Ähnlichkeit räumlicher Objekte

Im *Raum* lautet der entsprechende sehr wichtige Satz:

Es sei ein beliebiges Objekt und ein dazu ähnliches Objekt gegeben. Wenn entsprechende Längenmaße L sich wie $1 : k$ verhalten (Maßstab $1 : k$, Streckfaktor k), dann verhalten sich entsprechende Oberflächen S wie die *Quadrate* der Längenmaße, und die Volumina V wie deren *dritten Potenzen*.

$$L_1 : L_2 = 1 : k, \quad S_1 : S_2 = 1 : k^2, \quad V_1 : V_2 = 1 : k^3 \tag{2.1}$$

Beweis:
1. Jede Oberfläche lässt sich *triangulieren* (Abb. 2.5). Für jedes der Dreiecke gilt, dass sich die Fläche quadratisch mit dem Längenmaßstab ändert. Also gilt der Satz auch für die Summe aller Dreiecksflächen, d.i. in beliebig genauer Annäherung an die Oberfläche.

Abb. 2.5 Oberflächen...

Abb. 2.6 ...und Volumina

2. Jedes Volumen lässt sich beliebig genau durch *kubische Volumselemente* (bzw. Volumenselemente) („Voxel“ – Kurzform für „Volume Element“ – analog zu *Pixel* für „Picture Element“) annähern (Abb. 2.6: Löwenfamilie aus *Lego*-Bausteinen auf der Expo 2000 in Hannover). Für jeden der Quader gilt, dass sich das Volumen mit der dritten Potenz des Maßstabs vergrößert. Also gilt der Satz für alle Körper. ◇

Abb. 2.7 Verschieden große Totenmasken

Anwendung: Goldmasken

Die einzige nicht geplünderte ägyptische Grabkammer ist jene von Tutanchamun, der um 1300 v. Chr. und somit 1300 Jahre nach der Zeit der großen Pyramiden lebte. Die Totenmasken waren wie Zwiebelschalen übereinander gelegt und sehen einander recht ähnlich. Gefertigt aus getriebenem Gold und geschmückt mit Halbedelsteinen hat eine Maske mit 50% mehr Durchmesser die $1{,}5^2 = 2{,}25$-fache Oberfläche. ♠